# APROXIMACIÓN LOCAL DE UNA FUNCIÓN. PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO

**MOOC. UPV. Derivadas sucesivas y polinomio de Taylor. Video 18/28. UPV. Santiago Moll López.**
**Segunda parte.**

Ejemplo utilizando un polinomio de grado 1:

Vamos a calcular un valor aproximado de $e^{0.4}$utilizando polinomios.

Queremos hacer la aproximación a un polinomio de primer grado. Eso significa que buscamos un polinomio de la forma P1 (x) = a + bx, donde a y b son valores reales, que se aproxime a la función f (x) = $e^x$en un entorno del punto x = 0 (pues es donde conocemos el valor de $e^0$).

Como tenemos dos incógnitas (a, b), necesitaremos al menos dos condiciones que garanticen que la gráfica $P_1$(x) sea parecida a la de f (x) = $e^x$ cerca del punto x = 0. Las condiciones que exigiremos son:

1) $P_1'$ (0) = f (0). Es decir que pase por el punto (0, f(0)) = (0, 1)
2) $P_1'$ (0) = f ‘(0). Es decir que P1 (x) tenga la misma pendiente que f (x) en x = 0.

Como $P_1'$ (x) = b y f ‘ (x) = $e^x$ obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

a + 0 b = 1
      b = 1

De donde obtenemos a = b = 1 y el polinomio obtenido es y = x + 1

Comprobación de representación:

In[∘]:= `f[x_] = ⅇ^x`

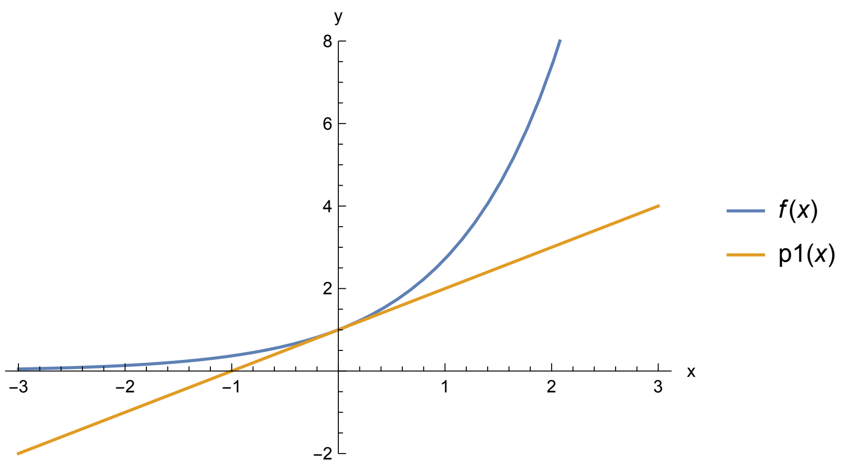
Out[∘]= $e^x$

In[∘]:= `p1[x_] = x + 1`

Out[∘]= 1 + x

In[∘]:=
```
Plot[{f[x], p1[x]}, {x, -3, 3}, AxesLabel → {"x", "y"},
 PlotRange → {-2, 8}, PlotLegends → "Expressions"]
```
representación gráfica · etiqueta de ejes · rango de representación · leyendas de representación

Out[∘]=



El polinomio $y = x + 1$ aproxima el valor de la función $f(x) = e^x$ en un pequeño entorno del punto $x = 0$. Los valores del polinomio y la función para $x = 0.4$ son:

In[ ]:=
```
p1[0.4]
```
Out[ ]=
```
1.4
```

In[ ]:=
```
f[0.4]
```
Out[ ]=
```
1.49182
```

El error cometido:

In[ ]:=
```
Abs[p1[0.4] - f[0.4]]
```
valor absoluto

Out[ ]=
```
0.0918247
```

Ahora lo haremos considerando un polinomio de grado 2:

Consideremos un polinomio $P_2(x) = a + bx + cx^2$. Aplicando el mismo procedimiento anterior de igualación de derivadas para calcular los coeficientes del polinomio: a, b y c. Debemos exigir las siguientes tres condiciones:

$P_2(0) = f(0)$
$P_2'(0) = f'(0)$
$P_2''(0) = f''(0)$

Con las que obtenemos el sistema:

$a + b \cdot 0 + c \cdot 0^2 = 1$
$b + 2c \cdot 0 = 1$
$2c = 1$

Las soluciones son: $a = 1$, $b = 1$, $c = \frac{1}{2}$. Es decir el polinomio: $P_2(x) = 1 + x + \frac{1}{2}x^2$

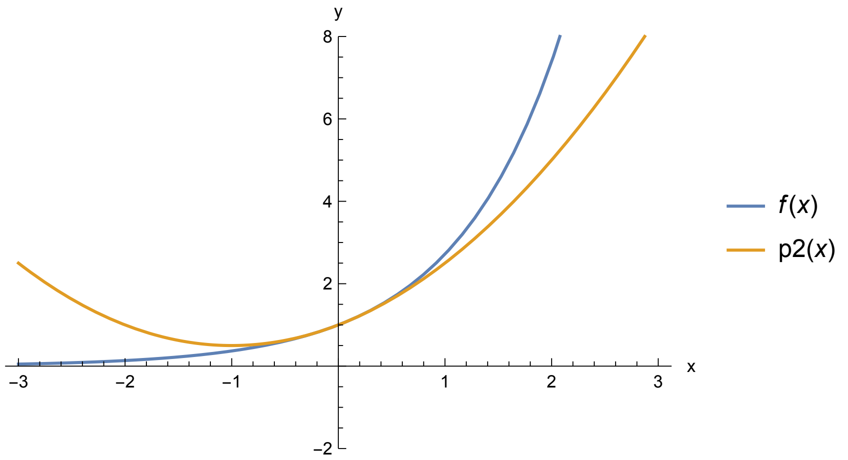
Comprobación de representación:

In[ ]:=
```
f[x_] = e^x
```
Out[ ]= $e^x$

In[ ]:=
```
p2[x_] = 1 + x + 1/2 x^2
```
Out[ ]= $1 + x + \frac{x^2}{2}$

In[•]:=
```
Plot[{f[x], p2[x]}, {x, -3, 3}, AxesLabel → {"x", "y"},
representación gráfica                  etiqueta de ejes
  PlotRange → {-2, 8}, PlotLegends → "Expressions"]
  rango de representación   leyendas de representación
```

Out[•]=




El polinomio $P_2\,(x) = 1 + x + \frac{1}{2} x^2$ aproxima el valor de la función $f\,(x) = e^x$ en un pequeño entorno del punto x = 0. Los valores del polinomio y la función para x = 0.4 son:

In[•]:=
```
p2[0.4]
```

Out[•]=
```
1.48
```

In[•]:=
```
f[0.4]
```

Out[•]=
```
1.49182
```

El error cometido:

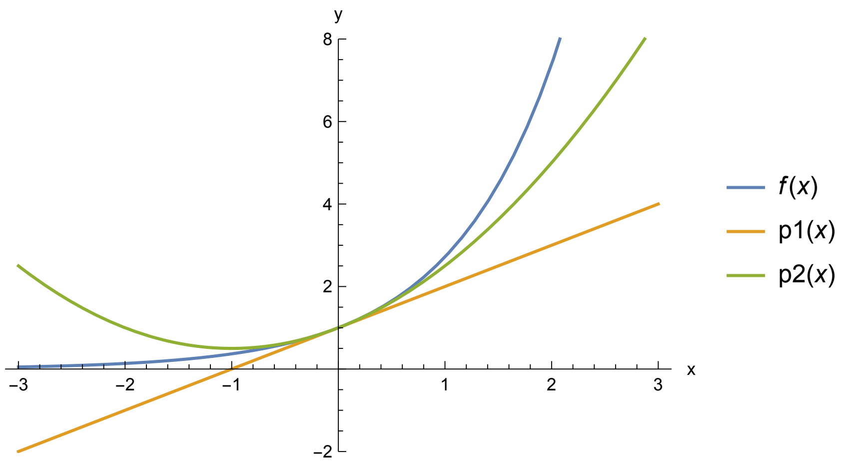
In[•]:=
```
Abs[p2[0.4] - f[0.4]]
valor absoluto
```

Out[•]=
```
0.0118247
```

Comparando gráficamente las aproximaciones:

In[•]:=
```
Plot[{f[x], p1[x], p2[x]}, {x, -3, 3}, AxesLabel → {"x", "y"},
representación gráfica                         etiqueta de ejes
  PlotRange → {-2, 8}, PlotLegends → "Expressions"]
  rango de representación   leyendas de representación
```

Out[•]=



Vemos la función de segundo grado se aproxima un poco mejor a la exponencial que la de primer grado.