

La aceleración de una partícula que se mueve sobre una línea recta es, en todo instante, igual al doble de su velocidad. Si en el instante inicial su posición y velocidad valen 8 m y 16 m/s respectivamente, hallar: a) la velocidad en función del tiempo; b) la velocidad en función de la posición; c) la posición en función del tiempo; d) el tiempo necesario para que la partícula pase de la posición $x=8$ m a $x=15$ m.

a) La velocidad en $f(t)$:

$$dv = a dt \quad dv = 2v dt, \quad \frac{dv}{v} = 2 dt$$

$$\int_{16}^v \frac{dv}{v} = \int_0^t 2 dt, \quad \ln v \Big|_{16}^v = 2t, \quad \ln \frac{v}{16} = 2t$$

$$\frac{v}{16} = e^{2t}, \quad \boxed{v = 16 e^{2t}}$$

b) La velocidad en $f(x)$:

$$dv = a dt, \quad dv = 2v dt = 2 dx$$

$$\int_{16}^x dv = \int_8^x 2dx, \quad v - 16 = 2x \Big|_8^x = 2x - 16, \quad \boxed{v = 2x}$$

c) la posición en función del tiempo:

$$dx = v dt, \quad dx = 2x dt, \quad \frac{dx}{x} = 2 dt$$

$$\int_8^x \frac{dx}{x} = \int_0^t 2 dt, \quad \ln x \Big|_8^x = 2t$$

$$\ln \frac{x}{8} = 2t, \quad \frac{x}{8} = e^{2t}, \quad \boxed{x = 8e^{2t}}$$

d) despejando t:

$$t = \frac{1}{2} \ln \frac{x}{8} = \frac{1}{2} \ln \frac{15}{8} = \boxed{0.3145}$$