

## FORMAS DE EXPRESAR LA RELACIÓN ENTRE DOS MAGNITUDES

### MAGNITUD

Es todo aquello que se puede medir y, por tanto, expresar mediante una cantidad y una unidad. Por ejemplo: masa, longitud, tiempo, volumen, etc.

### FUNCIÓN

Cuando tratamos de expresar la relación que existe entre los datos obtenidos para dos magnitudes, lo hemos de hacer mediante una función. Una función es una relación o correspondencia establecida entre dos magnitudes. Una de ellas adopta el papel de **variable independiente** y la otra de **variable dependiente**. Esa relación se puede establecer de diversas formas:

1. En lenguaje ordinario (castellano).
2. Mediante tablas.
3. Mediante gráficas.
4. Mediante ecuaciones o fórmulas.

### LENGUAJE CASTELLANO

En lenguaje castellano la relación se expresa de la siguiente manera:

*¿Cómo varía la magnitud A con respecto a la magnitud B?. O expresado de otra manera: ¿Cómo dependen los valores que toma la magnitud A de los valores que toma la magnitud B?*

Cuando hacemos esa pregunta, estamos asociando el papel de **variable dependiente** (VD) a la magnitud A y el papel de **variable independiente** (VI) a la magnitud B.

#### Ejemplo 1:

*¿Cómo varía la temperatura ambiente con las horas del día (tiempo)?*

Aquí la temperatura tendría el papel de **variable dependiente** y el tiempo de **variable independiente**.

#### Ejemplo 2:

*¿Cómo varía la presión con la altura?*

Aquí la presión tendría el papel de **variable dependiente** y la altura de **variable independiente**.

### TABLAS

Cuando la relación se da por tablas se escribe siempre así:

Variable independiente	Variable dependiente
-----	-----
-----	-----

Para el primer caso sería:

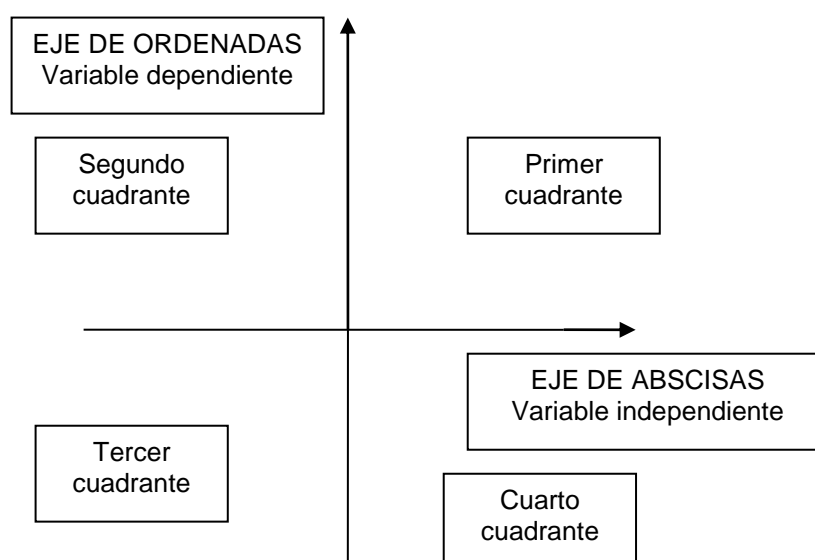
Tiempo (horas)	Temperatura (°C)
-----	-----
-----	-----

Para el segundo caso sería:

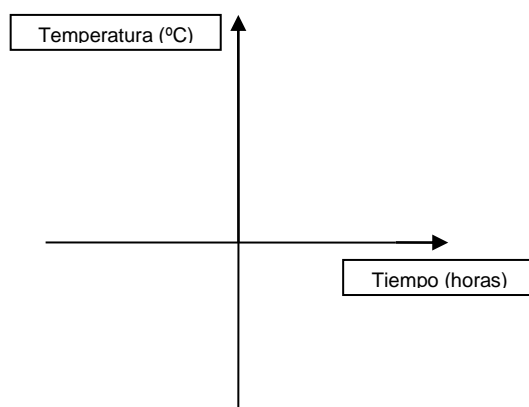
Altura (Km.)	Presión (atm)
-----	-----
-----	-----

## GRÁFICAS

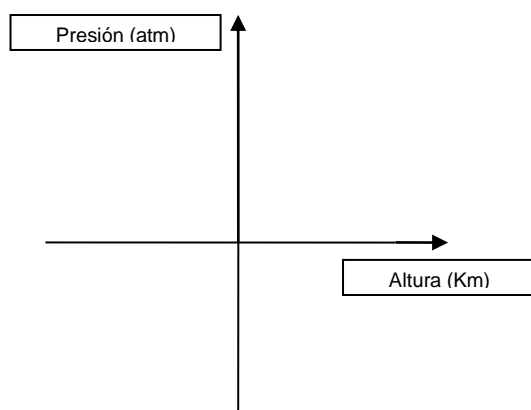
Cuando la relación se da por gráficas, hay que expresarla mediante un sistema de ejes coordenados:



Para el primer caso sería:



Para el segundo caso sería:



## FÓRMULAS

Cuando la relación se da por fórmulas se expresa:

$$\text{Variable dependiente} = f(\text{Variable independiente})$$

Para el primer caso:

$$T = f(t); T \text{ viene dado en } ^\circ\text{C} \text{ y } t \text{ en horas}$$

Para el segundo caso:

$$P = f(h); P \text{ viene en atmósferas y } h \text{ en km}$$

## Definición

En general, cuando no se especifica la magnitud de que se trata, se escribe  $x$  para la variable independiente e  $y = f(x)$  para la variable dependiente. Se lee "y es función (depende) de x".

Podemos definir una función matemática como una relación entre dos conjuntos de números, de modo que a cada valor del primero ( $x$ ) le corresponde un único valor del segundo ( $y = f(x)$ ).

x	f(x)
-----	-----
-----	-----
-----	-----
Entrada	Salida
Inicial	Final
DOMINIO DE LA FUNCIÓN	RECORRIDO DE LA FUNCIÓN

**Ejemplo 1:**

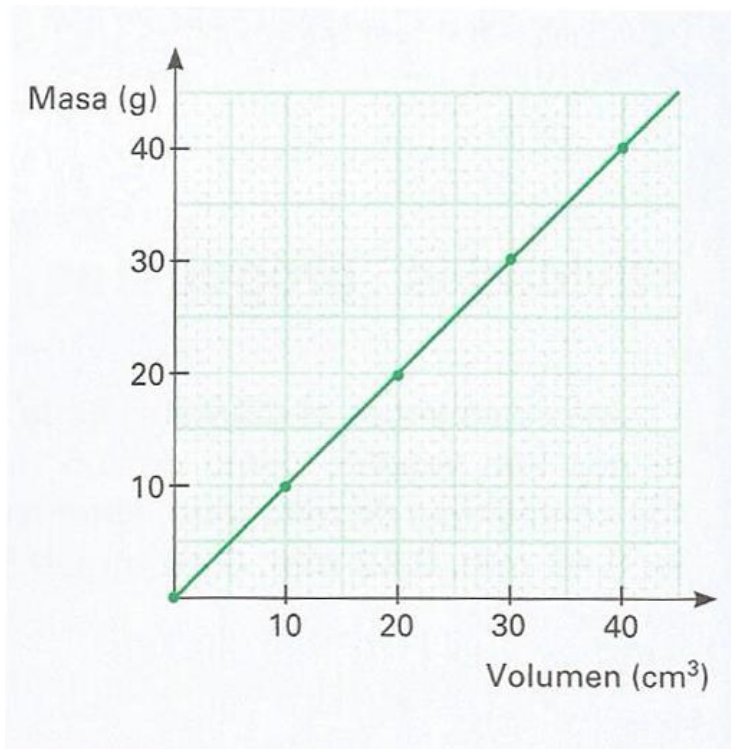
Estudiamos en el laboratorio la relación entre el volumen de agua y la masa que tiene dicho volumen. Medimos el volumen con una probeta de sensibilidad  $1 \text{ cm}^3$  y la masa con una balanza de sensibilidad  $0,1 \text{ g}$ , obteniendo estos resultados:

Volumen ( $\text{cm}^3$ )	0	10	20	30	40
Masa (g)	0	9,9	19,8	30,1	40,0

Pretendemos estudiar cómo varía la **masa** con respecto al **volumen** que ocupa de agua.

$$\text{masa} = f(\text{volumen})$$

La representación gráfica de los datos daría:



La relación que existe entre la masa y el volumen:

Volumen ( $\text{cm}^3$ )	0	10	20	30	40
Masa (g)	0	9,9	19,8	30,1	40,0
Masa/Volumen ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )		1,0	1,0	1,0	1,0

La ecuación de proporcionalidad es:

$$\text{Densidad} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} = 1,0 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Que podemos escribir:

$$\text{masa} = 1,0 \text{ volumen}$$

## Ejemplo 2:

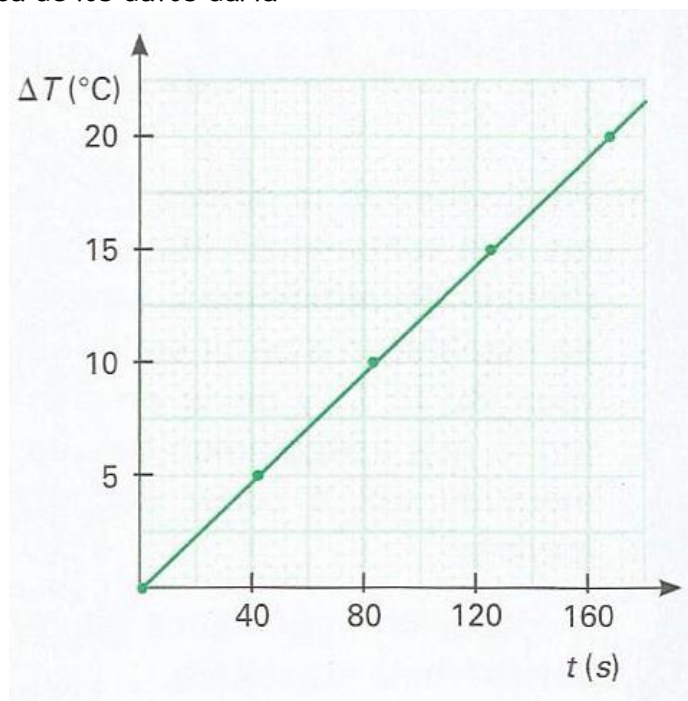
Calentamos en un recipiente cierta cantidad de agua y vamos midiendo el tiempo ( $t$ ) que tarda en ir aumentando su temperatura ( $\Delta t$ ) de cinco en cinco grados. El tiempo lo medimos con un reloj de sensibilidad  $\pm 1$  s y la variación de temperatura con un termómetro de sensibilidad  $\pm 1$  °C, obteniendo los siguientes resultados.

$t$ (s)	0	42	83	125	167
$\Delta T$ (°C)	0	5	10	15	20

Estudiamos el fenómeno de cómo varía la **temperatura** de una cantidad de agua con respecto al **tiempo de calentamiento**.

$$\text{temperatura} = f(\text{tiempo})$$

La representación gráfica de los datos daría:



Para ver la relación que existe entre la diferencia de temperatura y el tiempo:

$t$ (s)	0	42	83	125	167
$\Delta T$ (°C)	0	5	10	15	20
$\Delta T / t$ (°C/s)		0,12	0,12	0,12	0,12

La ecuación de proporcionalidad es:

$$\frac{\Delta t}{t} = 0,12 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{s}}$$

Que podemos escribir:

$$\Delta T = 0,12 t$$

**Ejemplo 3:**

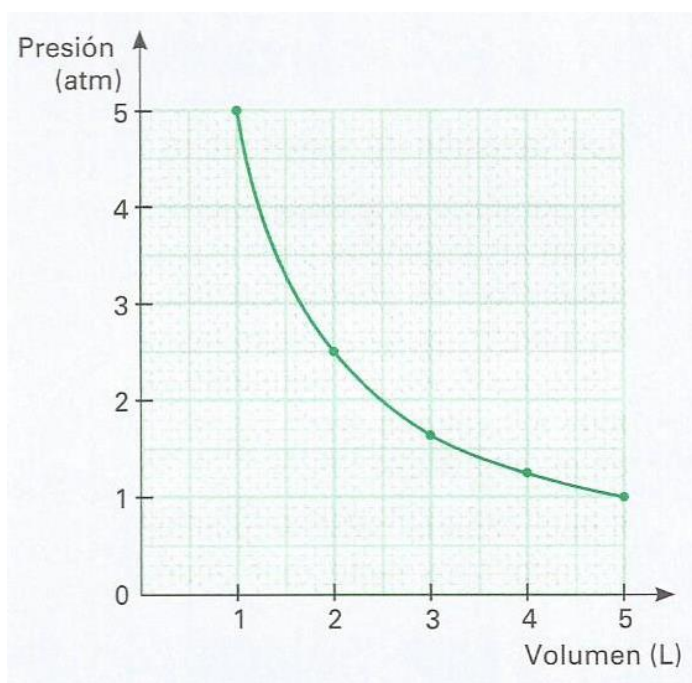
Tenemos encerrado en un émbolo cierta cantidad de gas que, inicialmente, ocupa un volumen de 5L y está ejerciendo una presión de 1 atm. Lo comprimimos lentamente de forma que la temperatura se mantiene constante y vamos tomando datos de la presión y el volumen ordenándolos en la siguiente tabla:

Volumen (L)	5	4	3	2	1
Presión (atm)	1	1,25	1,67	2,5	5

Pretendemos estudiar cómo varía la **presión** de un gas encerrado con respecto al **volumen** que ocupa:

$$\text{presión} = f(\text{volumen})$$

La representación gráfica daría:



Para ver la relación que existe entre presión y el volumen:

Volumen (L)	5	4	3	2	1
Presión (atm)	1	1,25	1,67	2,5	5
P·V (atm L)	5	5	5	5	5

La ecuación de proporcionalidad es:

$$P \cdot V = 5$$

## Ejemplo 4:

La tabla de valores para los primeros 5s, para un móvil que parte del reposo y sigue una trayectoria rectilínea con aceleración de  $5 \text{ m/s}^2$  es:

Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5
Distancia recorrida (m)	0	2,5	10	22,5	40	62,5

1. Describe en castellano, qué fenómeno estamos estudiando.
2. Representa gráficamente la situación descrita en la tabla horizontal, en papel milimetrado.
3. ¿Qué tipo de función es?
4. ¿Cuál crees que sería su ecuación?

## SOLUCIÓN

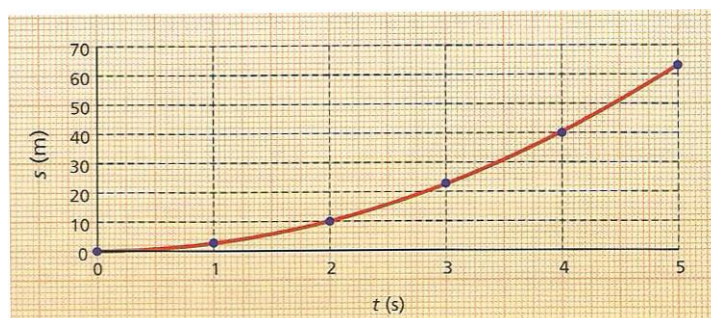
1. Describe en castellano el fenómeno que estamos estudiando.

- ¿Cómo varía la distancia recorrida con respecto del tiempo?
- La variable independiente es el **tiempo** expresado en segundos y, la dependiente la **distancia** expresada en metros.

Es decir:  $\text{distancia} = f(\text{tiempo})$

$$s = k(t)$$

2. ¿Cuál es su gráfica?



3. ¿Qué tipo de función es?

Se trata de una parábola.

4. ¿Cuál crees que es su ecuación?

Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5
Tiempo <sup>2</sup> (s <sup>2</sup> )	0	1	4	9	16	25
Distancia recorrida (m)	0	2,5	10	22,5	40	62,5
$s/t^2$	0	$2,5/1=2,5$	$10/4=2,5$	$22,5/9=2,5$	$40/16=2,5$	$62,5/25=2,5$

Si el tiempo se duplica, la distancia recorrida se cuadruplica, y si el tiempo se triplica, la distancia recorrida se hace nueve veces mayor, etc. Es decir, la distancia recorrida y el tiempo guardan una **proporcionalidad cuadrática**.

$$s = k t^2$$

$$s = 2,5 t^2$$