Cifras significativas e incertidumbre en las mediciones

Unidades de medición

Todas las mediciones constan de una unidad que nos indica lo que fue medido y un número que indica cuántas de esas unidades fueron medidas. Ambas cosas son necesarias. Si dices que un amigo te va a dar 10, sólo estás diciendo *cuánto.* También necesitas decir de qué se trata: 10 dedos, 10 centavos, 10 dólares o 10 chistes. Si el profesor te pide que midas la longitud de un trozo de madera y le contestas 36, esa respuesta no es correcta. Tu profesor necesita saber también si esa longitud está en centímetros, pies o metros. Todas las mediciones deben expresarse con de un número y una unidad apropiada.

Números

En ciencia se usan dos clases de números: los que se cuentan o definen y los que resultan de una medición. Hay una gran diferencia entre un número contado o definido y un número medido. Se puede especificar el valor exacto de un número contado o definido, pero el valor exacto de un número medido no puede conocerse.

Por ejemplo, puedes contar con absoluta certeza el número de sillas que hay en tu salón de clases, el número de dedos de tu mano o el número de monedas que llevas en el bolsillo. Los números contados no están sujetos a error (¡a menos que el número contado sea tan grande que no puedas estar seguro de llevar bien la cuenta!)

Los números definidos son relaciones exactas que han sido establecidas como válidas. El número exacto de segundos en una hora y el número exacto de lados de un cuadrado son ejemplos de esto. Los números definidos tampoco están sujetos a error. Todos los números medidos, no importa con cuánto cuidado se realice la medición, implican cierto grado de incertidumbre. ¿Qué anchura tiene tu escritorio? ¿Es acaso de 98.5 centímetros, 98.52 centímetros, 98.520 centímetros o 98.5201 centímetros? No puedes expresar su medida exacta con absoluta certeza.

Incertidumbre en las mediciones

La incertidumbre de una medición depende de la precisión del dispositivo utilizado y de la habilidad de la persona que la realizó. Las limitaciones humanas intervienen casi siempre que se hace una medición. Además, no es posible evitar la incertidumbre ocasionada por la limitada precisión de los instrumentos de medición.

La incertidumbre de una medición se puede ilustrar con las dos reglas de 1 metro que muestra la figura A. las mediciones corresponden a la longitud de una mesa. Suponiendo que el extremo de la regla donde está el cero haya sido colocado cuidadosa y precisamente en el borde izquierdo de la mesa, ¿cuál es la longitud de ésta?

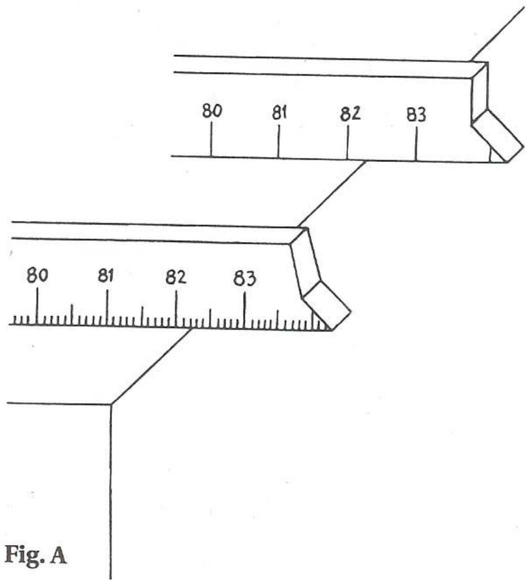

Fig. A

La escala de la regla que aparece en la parte superior de la figura está graduada en centímetros. Usando esta escala puedes decir con certidumbre que la longitud debe estar entre 82 y 83 centímetros. Más aún, puedes añadir que se encuentra más cerca de la marca de 82 que de la de 83 centímetros, y puedes estimar que la longitud es de 82.2 centímetros. La escala de la regla inferior muestra más subdivisiones y tiene mayor precisión porque está graduada en milímetros. Con esta regla puedes decir que la longitud está definitivamente entre 82.2 y 82.3 centímetros, y puedes estimar la longitud en 82.25 centímetros.

Observa que ambas lecturas contienen algunos dígitos que conocemos con exactitud y un dígito más (el último) que ha sido estimado. Observa también que la incertidumbre en la lectura de la regla inferior es menor que en la de la regla superior. La regla inferior nos permite hacer lecturas hasta centésimos, y la superior, hasta décimos. La regla inferior es más precisa que la superior.

Ninguna medición es exacta. Su precisión contiene dos clases de información: (1) la magnitud de la medición y (2) la precisión de la misma. La ubicación del punto decimal y el valor del número expresan la magnitud. La precisión se indica con el número de cifras significativas.

Cifras significativas

En cualquier medición, las cifras significativas son los dígitos que se conocen con certeza más un dígito que es incierto. La medición de 82.2 centímetros (hecha con la regla superior de la figura A) tiene tres cifras significativas, y la medición de 82.25 centímetros (hecha con la regla de abajo) tiene cuatro cifras significativas. El dígito del extremo derecho siempre es un estimado. Siempre se escribe solamente un dígito estimado como parte de una medición. Sería incorrecto informar que la longitud de la mesa de la figura A, medida con la regla de abajo, es de 82.253 centímetros. Este valor de cinco cifras significativas tendría dos dígitos estimados (el 5 y el 3) y sería incorrecto porque indicaría una precisión mayor de la que esa regla puede proporcionar. Se han desarrollado reglas estándar para escribir y usar las cifras significativas, tanto en las mediciones como en valores calculados a partir de ellas.

Regla 1: En números que no contienen ceros, todos los dígitos son significativos.

Ejemplos:

3.1428	cinco cifras significativas
3.14	tres cifras significativas
469	tres cifras significativas

Regla 2: Todos los ceros entre dígitos significativos son significativos.

Ejemplos:

7.053	cuatro cifras significativas
7053	cuatro cifras significativas
302	tres cifras significativas

Regla 3: Los ceros a la izquierda del primer dígito que no es cero sirven solamente para fijar la posición del punto decimal y no son significativos.

Ejemplos:

0.56	dos cifras significativas
0.789	tres cifras significativas
0.01	una cifra significativa

Regla 4: En un número con dígitos a la derecha del punto decimal, los ceros a la derecha del último número diferente de cero son significativos.

Ejemplos:

43	dos cifras significativas
43.00	cuatro cifras significativas
0.00200	tres cifras significativas
0.40050	cinco cifras significativas

Regla 5: En un número que no tiene punto decimal y que termina con uno o más ceros (como 3600), los ceros con los cuales termina el número pueden ser o no significativos. El número es ambiguo en términos de cifras significativas. Antes de poder especificar el número de cifras significativas, se requiere información adicional acerca de cómo se obtuvo el número. Si el número es resultado de una medición, los ceros probablemente no son significativos. Si el número ha sido contado o definido, todos los dígitos son significativos (¡suponiendo que el recuento haya sido perfecto!)

Se evitan confusiones expresando los números en notación científica. Cuando están expresados en esta forma, todos los dígitos se interpretan como significativos.

Ejemplos:

3.6×10^5 dos cifras significativas
3.60×10^5 tres cifras significativas
3.600×10^5 cuatro cifras significativas
2×10^{-5} una cifra significativa
2.0×10^{-5} dos cifras significativas
2.00×10^{-5} tres cifras significativas

Valores cuya primera cifra significativa es uno (o dos)

Dentro de la gama de cantidades que tienen igual número de cifras significativas hay cierta diferencia en los porcentajes de errores o imprecisiones (relativos) entre las que se aproximan a la parte más baja de la escala (su primera cifra significativa es 1 ó 2) y las que lo hacen al extremo superior, es decir, comienzan por 8 ó 9. Por ejemplo, con dos cifras significativas, se aproximan al extremo inferior: 1.6, 0.018, 13, y se aproxima al límite superior de dos cifras significantes: 85, 9.2, 0.088 …

Dentro de un mismo orden tomemos, por ejemplo, los números con dos cifras significativas: el once escrito con dos cifras significativas presenta un error probable menor que una unidad, es decir 11 ± 1 e igualmente, cerca del límite superior 98 ± 1 El error o imprecisión relativos del once valdrá 1/11 = 0.09 , equivalente al 9% de error, la imprecisión relativa del noventa y ocho: 1/98 = 0.01 , equivalente al 1% de error. Para paliar esta discrepancia, y puesto que el 11 tiene un 9% de error y un nº poco inferior a él como el nueve, con una sola cifra significativa tiene un error relativo casi igual: 1/9 = 0.11 equivalente al 11 de error se conviene en contar a los números cuya primera cifra significativa es uno (e incluso hasta dos), una cifra significativa menos de las que realmente tienen. Así pues, 0.016, 18 y 1.5 contarán a efectos prácticos como de una cifra significativa. Y 195, 0.140 y 17.5, como dos cifras significativas.

Redondeo

Una calculadora muestra ocho o más dígitos. ¿Cómo puedes redondear ese número de cifras a, digamos, tres cifras significativas? Tres reglas sencillas rigen el proceso de eliminar los dígitos no deseados (no significativos) del resultado.

Regla 1: Si el primer dígito que se va a eliminar es menor que 5, ese dígito y todos los dígitos que le siguen simplemente se eliminan.

Ejemplo:

54.234 redondeado a tres cifras significativas se convierte en 54.2.

Regla 2: Si el primer dígito que se va a eliminar es mayor de 5, o si es 5 seguido de dígitos diferentes de cero, todos los dígitos siguientes se suprimen y el valor del último dígito que se conserva se aumenta en una unidad.

Ejemplo:

54.36, 54.359 y 54.3598 al ser redondeados a tres cifras significativas quedan todos como 54.4.

Regla 3: Si el primer dígito que se va a eliminar es un 5 que no va seguido de ningún otro dígito, o si es un 5 seguido sólo de ceros, se aplica la regla par-impar. Es decir, si el último dígito que se va a conservar es par, su valor no cambia, y tanto el 5 como los ceros que lo siguen se suprimen. Pero si el último dígito a conservar es impar, entonces su valor se aumenta en uno. La intención de esta regla par-impar es promediar los efectos del redondeo.

Ejemplo:

54.2500 con tres cifras significativas se vuelve 54.2
54.3500 con tres cifras significativas se vuelve 54.4

Cifras significativas y cantidades calculadas

Supongamos que al medir la masa de un pequeño bloque de madera obtienes una lectura de 2 gramos en una balanza, y observas que su volumen es de 3 centímetros cúbicos al sumergirlo en el agua contenida en una probeta graduada. La densidad de ese trozo de madera es igual a su masa dividida entre su volumen. Si divides 2 entre 3 en tu calculadora es de 0.6666666 gramos por centímetro cúbico. Al hacerlo así, estarías suponiendo un grado de precisión que no se justifica. Tu respuesta se debe redondear a un número razonable de cifras significativas.

El número de cifras significativas permitido en un resultado calculado depende del número de cifras significativas de los datos usados para calcularlo, y del tipo de operación u operaciones matemáticas que se hayan efectuado para obtener dicho resultado. Existen reglas distintas para la multiplicación y la división, y para la suma y la resta.

Multiplicación y división

En el caso de la multiplicación y la división, la respuesta deberá tener el mismo número de cifras significativas que el dato inicial que tenga menos cifras significativas. En el cálculo de la densidad del ejemplo anterior, la respuesta debe redondearse a una sola cifra significativa: 0.7 gramos por centímetro cúbico. Si la medida de la masa hubiera sido 2.0 gramos y la del volumen su hubiera mantenido en 3 centímetros cúbicos, la respuesta seguiría redondeándose a una sola cifra significativa, es decir, a 0.7 gramos por centímetro cúbico. Si el resultado de la medición de la masa hubiera sido 2.0 gramos y el volumen medido hubiera sido 3.0 o 3.00 centímetros cúbicos, entonces la respuesta se redondearía a dos cifras significativas: 0.67 gramos por centímetro cúbico.

Estudia los siguientes ejemplos. Supón que los números por multiplicar o dividir son resultado de mediciones.

Ejemplo A:

8.536 x 0.47 = 4.01192 (respuesta en la calculadora)

El dato de entrada que tiene menos número de cifras significativas es 0.47, con dos cifras significativas. Por lo tanto, la respuesta de 4.01192 obtenida en la calculadora debe redondearse a 4.0.

Ejemplo B:

384 / 285.3 = 13.459516 (respuesta en la calculadora)

El dato de entrada que tiene el menor número de cifras significativas es 384, con tres cifras significativas. Por tanto, la respuesta de 13.459516 obtenida en la calculadora debe redondearse a 13.5.

Ejemplo C:

3360.0 / 3.000 = 12 (respuesta en la calculadora)

Ambos datos de entrada contienen cuatro cifras significativas. Por tanto, la respuesta correcta debe contener también cuatro cifras significativas, y la respuesta de 12 obtenida en la calculadora debe escribirse como 12.00. En este caso, la calculadora nos proporcionó muy pocas cifras significativas.

Suma y resta

En la suma o la resta, la respuesta no debe tener dígitos más allá de la posición del último dígito común a todos los números sumados o restados. Estudia los siguientes ejemplos:

Ejemplo A:

$$\begin{array}{r} 34.6 \\ 17.8 \\ +\ \underline{15} \\ 67.4 \end{array}$$
(respuesta en la calculadora)

La posición del último dígito común a todos estos números es la correspondiente a las unidades. Por tanto, la respuesta de 67.4 obtenida en al calculadora debe redondear a unidades, y es 67.

Ejemplo B:

$$\begin{array}{rl} & 20.02 \\ & 20.002 \\ + & \underline{20.0002} \\ & 60.0222 \end{array}$$
(respuesta en la calculadora)

La posición del último dígito común a todos estos números es la correspondiente a las centésimas. Por tanto, la respuesta de la calculadora de 60.0222 debe redondearse a centésimas, y es 60.02.

Ejemplo C:

345.56 – 245.5 = 100.06 (respuesta en la calculadora)

La posición del último dígito común a los dos números con los cuales se efectuó esta resta está en el lugar correspondiente a las décimas. Por tanto, la respuesta debe redondearse a 100.1.

Incertidumbre porcentual

Si tu tía te cuenta que ganó $100 en la bolsa de valores, te causará mayor impresión si esa ganancia fue sobre una inversión de $100 que si la obtuvo con $10000 de inversión. En el primer caso, habría duplicado su inversión y su ganancia habría sido de 100%. En el segundo caso, habría obtenido solamente 1% de ganancia. En las mediciones que se realizan en el laboratorio, la incertidumbre *porcentual* es generalmente más importante que la *magnitud* de la incertidumbre. Medir algo con precisión de un centímetro puede ser correcto o incorrecto, dependiendo de la longitud del objeto que se intenta medir. Medir la longitud de un lápiz de 10 centímetros con $\pm$ centímetro de precisión es muy diferente que medir la longitud de un camino de 100 metros con la misma precisión de $\pm$ 1 centímetro. En la medición del lápiz tenemos una incertidumbre relativa de 10%. La medición del camino tiene una incertidumbre de sólo una parte en 10000, o sea, de 0.01%.

Error porcentual

Es fácil confundir la incertidumbre y el error. La *incertidumbre* se refiere al intervalo dentro del cual es *probable* que se encuentre el valor real, con respecto al valor medido. Se usa cuando el valor real no se conoce con seguridad, y sólo se infiere a partir de las mediciones. La incertidumbre se refleja en el número de cifras significativas empleadas al expresar una medición.

El *error* en una medición es la cantidad en la cual ésta difiere de un valor ya conocido que ha sido aceptado porque fue determinado por observadores calificados, valiéndose de equipo de alta precisión. Es una medida de la exactitud del método de medición aplicado y también de la habilidad de la persona que realizó dicha medición. El error *porcentual*, que generalmente es más importante que el error real, se calcula dividiendo la diferencia entre el valor medido y el valor aceptado de una cantidad, entre el valor aceptado, y multiplicando el cociente por 100%.

$$\%\ Error = \frac{valor\ aceptado - valor\ medido}{valor\ aceptado} \times 100$$

Por ejemplo, supongamos que el valor medido de la aceleración de la gravedad es de 9.44 m/s^2. El valor aceptado es de 9.80 m/s^2. La diferencia entre los dos valores es (9.80 m/s^2) – (9.44 m/s^2), o sea 0.36 m/s^2.

$$\%\,Error = \frac{0.36\ m/s^2}{9.80\ m/s^2} \times 100 = 3.7\,\%$$